いために部分的には「一見第二法則に反するような」現象 — 例えば反拡散現象 — が現われることがある。もちろん第二法則に何ら抵触するものではなく，局所平衡の安定性から帰結される「線型領域では個々の非可逆過程のエントロピー生成が正である」という特殊性が破れるだけである。例えば化学反応系を考えよう。系が一様だと仮定して安定な定常状態が予想されるとしよう。この時，系内での各物質の拡散を考慮すると，大きな波数モードに対して線型安定性が破れ，空間構造を持った解が現われることがある。拡散は元来，系を一様化する傾向を持ったものであるにも拘らず，むしろ拡散を考慮することにより構造が得られるのである。もちろん平衡状態に近い所では拡散は常に系をより安定化する役割しか持たないことが示される。反応系ではこのような例はモデルとしてはいくらでも作れるし，現実の系（自己触媒反応を持つような非線型反応系）で見出されている。

また一様な定常解が不安定化した後に，リミットサイクル的な安定な周期解が現われることもあり，更にその次には周期解でも多重周期解でもない乱れた解さえ現われることが知られている。このような振舞いが化学反応系に限らず，流体力学系，生態系，電気回路型，非線型光学系，等いろんな分野で見出されており，従来の統計力学とは異る，新たな統一的観点が追究され始めている。

この分野での現状については，7月の国際セミナーの報告集として近々プログレスのサプルメントが刊行されるのでそちらを参照していただきたい。

ブラックホールの熱力学

広島大理論研　　冨　松　　彰

星が重力崩壊を引き起して，その外側に特異点を残さずにブラックホール（B.H.）を形成したとしよう。一般相対論によれば，このB.H.の外側の重力場を記述するパラメーターはその質量M，角運動量J，荷電Qだけになってしまう。B.H.の内部は観測不能であり，重力崩壊してしまった星の物理状態を識別することはできないためである。

故に，B.H.の macro-state (M, J, Q) は多数の internal micro-state によって実現され得ることになる。重力崩壊過程は，遠方の観測者に対して micro-state の情報を消失させることによって，一種の “coarse-graining” の役割を果している。情報量を負のエントロピーと考えれば，B.H.を最大エントロピーの状態又は最終熱平衡状態と見なすことができる。実際，我々は熱力学的系としてのB.H.のエントロピー S，温度 T 等を (M, J, Q) の関数として与えることができる。

もし，B.H.が温度 T の熱的系であるならば，そのまわりに光や粒子を熱輻射しているはずである。簡単のために，時空を2次元として取扱い，$J=Q=0$ のB.H.及び質量のないスカラー粒子 ϕ を考える。また，$C=G=\hbar=k$ (Boltzmann 定数) $=1$ の単位系を使用する。B.H.のある時空のメトリックは，

$$dS^2 = \left(1-\frac{2M}{r}\right) du\, dv$$

と書ける。ここで，$u=t-r^*$，$v=t+r^*$，$r^*=r+2M\ln(r-2M)$ である。スカラー場 ϕ の満足する波動方程式は

$$\nabla_\mu \nabla^\mu \phi = 0$$

である。遠方で観測されるモードとしては

$$\phi_\omega^{(r)} = (2\sqrt{\pi\omega})^{-1} \exp(-i\omega u), \quad \phi_\omega^{(\ell)} = (2\sqrt{\pi\omega})^{-1} \exp(-i\omega v)$$

という解が適当である。前者は遠方に出ていく波，後者は遠方からの入射波を表わしている。しかし，このモードからつくられる量子状態はB.H.の表面 $(r=2M)$ において物理的に特異な振舞いをする。この特異性を除去するためには，モード

$$\bar{\phi}_\omega^{(r)} = (2\sqrt{\pi\omega})^{-1} \exp(-i\omega\bar{u}), \quad \bar{\phi}_\omega^{(\ell)} = (2\sqrt{\pi\omega})^{-1} \exp(-i\omega\bar{v}),$$
$$(\bar{u} = \exp(-Ku), \quad \bar{v} = \exp(Kv), \quad K = (4M)^{-1})$$

に対応して真空を定義してやればよい。$\bar{\phi}_\omega$ から定義された真空 $|\bar{0}>$ は ϕ_ω で定義されるスカラー粒子を多数含んでおり，我々はこの粒子を観測することになる。$\phi_\omega^{(r)}$ に対応する number operator を N_ω と書けば，

$$<\bar{0}|N_\omega|\bar{0}> = [\exp(2\pi\omega/K)-1]^{-1}$$

となり，その粒子は温度 $T_B = K/2\pi$ の Planck 分布をしている。また，ϕのエネルギー・運動量テンソル $T_{\mu\nu}$ を計算すると，適当な regularization の結果，

$$< \bar{0} \mid T_{uu} \mid \bar{0} > = K^2/48\pi$$

を得る。これは，2次元の時空における温度 T_B の熱輻射のエネルギー密度と一致する。4次元時空では，計算はより複雑になり，種々の近似が必要になるが，やはりB.H.の温度は T_B になることが示される。

B.H.は自分の質量Mを失ないつつ，粒子を熱輻射しているので，そのエネルギーはMと考えられる。熱力学第1法則 $dM = TdS$ を使えば，B.H.のエントロピーは

$$S = \frac{1}{4}A = 4\pi M^2$$

によって与えられる。ここでAはB.H.の表面積である。B.H.を温度T・体積Vの heat bath の中に入れて見よう。全系のエントロピーは

$$S = 4\pi M^2 + \frac{4}{3}aVT^3$$

(a は通常の radiation constant)であり，全エネルギーは

$$E = M + aVT^4$$

となる。E，Vを一定に保てば，熱力学第2法則によって，エントロピーは増大していき，その最大のところで熱平衡に達する。その時のB.H.の質量は，$(3\pi)^{-1}(aV/E^5)^{1/4} > 1.0$ の場合には，$M = 0$ となり，逆の場合には，$M = (8\pi T)^{-1}$ になる。つまり，系のエネルギーが十分小さい場合には，B.H.の熱輻射による質量損失はまわりからの輻射の流入より常に大きく，B.H.は最終的に蒸発してしまう。系のエネルギーが十分大きい場合には，B.H.の温度 T_B と heat bath の温度Tとが等しくなった時に平衡に達するのである。ここで考えたような熱力学的系では，平衡に近ずくと共にB.H.だけが残されるという事態は生じないことを注意しておこう。なお，平衡での温度 $T = T(E, V)$ は $(3\pi)^{-1}(aV/E^5)^{1/4} = 1.0$ の時に不連続に変化する。これは熱輻射だけの状態とB.H.と熱輻射の共存している状態の間の第1次相転移である。

B.H.の角運動量J，荷電Qが零でない場合にも，B.H.からの熱輻射の議論によって，それは，$T = (8\pi M)^{-1}\left[1 - 4\pi^2(J^2 + \frac{1}{4}Q^4)/S^2\right]$ と書ける温度を持ち，そのエン

トロピーは

$$S=\pi\left[2M^2-Q^2+2M^2\left(1-\frac{Q^2}{M^2}-\frac{J^2}{M^4}\right)^{1/2}\right]$$

となることがわかる。すると，その比熱は

$$C_{\mathrm{J,Q}}\equiv T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{\mathrm{J,Q}}=-MTS^3\left[T^2S^3-\pi(J^2+\frac{1}{4}Q^4)\right]^{-1}$$

となる。J 又は Q が大きくなると，$C_{\mathrm{J,Q}}$ は負から正に無限大の不連続性で変化する。この変化は第2次相転移である。

B.H.のエントロピーが通常のそれと異なっているのは次の点である。B.H.のエントロピーは全時空にわたる global な概念であり，それを部分系に分割することはできない。また，B.H.の温度が零（$J^2+Q^2M^2=M^4$）の時でも，そのエントロピーは零でないし，等温過程によって結びつけられる状態間にもエントロピーの差異が残ってしまう。つまり，通常の熱力学第3法則の定式化は成立しない。

B.H.は自分自身の重力によって独特の熱力学的系になっているが，星のような重力平衡系の場合とどの程度類似した熱力学的性質を持っているかは興味ある問題である。

参考文献としては多数の論文があるが，

P. C. W. Davies, “Thermodynamics of B. H.”

Rep. Prog. Phys. **41** (1978), 1313.

が適当なレビューになっていると思われる。

物理法則は歴史法則か

京大基研　佐藤文隆

時間の問題は現実の宇宙の歴史的性格と物理法則の超歴史的性格との矛盾から発している。宇宙論というものを宇宙という特殊な系に超歴史的物理法則を適用することであると考えるなら，この矛盾は初期条件の特殊な設定にその原因をもつことになる。しか